Shirley 的数学探险馆

小学奥数自学教材 / 20课系统提高 / 图文与练习

给 Shirley：数学学习不是比谁算得快，而是一步一步弄清楚“为什么”。遇到难题，先画图、列表或试几个小数值。每一次修正思路，都是进步。

如何使用这本书

阶段	学习方法
第1—10周	每周2课，每课分两次，每次25—35分钟。
第一遍	阅读概念，遮住解答，独立尝试例题。
第二遍	在网页操作实验，完成基础与迁移两题。
第11—12周	重做错题，隔天向家人解释一种解法。

先修：分数四则运算、百分数、基础面积公式、速度与单位换算。遇到陌生知识，可先回顾课内内容。

每课两页：知识与图解 / 例题与练习。答案集中在书末。PDF 可离线阅读；参数调节与闯关功能请使用在线网页。

点击进入互动学习网页

本教材覆盖小学奥数常见重点，不对应某一项竞赛的官方考纲。

课程大纲 1/2

学习时按顺序推进；复习时可以按知识点查找。

课次	模块	知识点 / 讲义页码
1	计算与数论	巧算与等差数列 / 4
2	计算与数论	整除、质因数与公倍数 / 6
3	计算与数论	余数与周期 / 8
4	计算与数论	奇偶性与数字谜 / 10
5	应用题模型	和差、和倍与差倍 / 12
6	应用题模型	分数、百分数与比 / 14
7	应用题模型	平均数与盈亏 / 16
8	应用题模型	鸡兔同笼与假设法 / 18
9	应用题模型	年龄与倒推 / 20
10	应用题模型	相遇、追及与流水行船 / 22

课程大纲 2/2

学习时按顺序推进；复习时可以按知识点查找。

课次	模块	知识点 / 讲义页码
11	应用题模型	工程与水池 / 24
12	应用题模型	浓度与经济问题 / 26
13	几何与空间	面积转化与等积 / 28
14	几何与空间	周长、圆与组合图形 / 30
15	几何与空间	立体、表面积与染色 / 32
16	计数与逻辑	分类计数、排列与组合 / 34
17	计数与逻辑	容斥与重叠 / 36
18	计数与逻辑	抽屉原理 / 38
19	计数与逻辑	逻辑推理与列表 / 40
20	计数与逻辑	最优化、不变量与游戏策略 / 42

第01课　巧算与等差数列

计算与数论 / 知识与图解

先修：整数四则运算

理解概念

凑整、配对和分配律能把复杂计算变简单。等差数列相邻两项的差相等；项数必须包含首尾两项。

核心关系

末项=首项+(项数−1)×公差；和=(首项+末项)×项数÷2

1 + 2 + … + 10

10 + 9 + … + 1

两行每列都是 11，共有 10 列

一行的和 = 10 × 11 ÷ 2 = 55

易错提醒：漏掉项数中的“+1”；首尾配对后忘记除以2。

第01课　例题与练习

巧算与等差数列

例题：计算 3+7+11+…+39。

1. 先求项数：(39−3)÷4+1=10。

2. 首尾配对：3+39=42，7+35=42，共5对。

3. 总和=42×5=210。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：计算 2+5+8+…+29。

B · 迁移练习：计算 98×37+2×37。

动手任务：在线打开“从1加到n”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第02课 整除、质因数与公倍数

计算与数论 / 知识与图解

先修：乘除法与因数

理解概念

质数只有1和它本身两个正因数，1不是质数。质因数分解把数拆成质数的乘积。最大公因数取共同质因数的较小次数；最小公倍数取所有质因数的较大次数。

核心关系

两个正整数的乘积=最大公因数×最小公倍数

12的倍数：12、24、36、48、60…

6的倍数：6、12、18、24、30…

首次共同节拍：12

最大公因数 6；最小公倍数 12。

易错提醒：公因数用于“平均分”，公倍数用于“再次相遇”；不要混用。

第02课　例题与练习

整除、质因数与公倍数

例题：两盏灯每12秒、18秒闪一次，现在同时闪，下次同时闪在几秒后？

1. 12=2²×3，18=2×3²。

2. 同时闪的间隔是12和18的最小公倍数。

3. 取2²×3²=36，答36秒。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：每8分钟、12分钟发一班车，同时发车后多久再次同时发车？

B · 迁移练习：24朵红花与36朵黄花平均分成尽可能多的相同花束，每束两种花都有且无剩余，能分几束？

动手任务：在线打开“12与n的共同节拍”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第03课　余数与周期

计算与数论 / 知识与图解

先修：带余除法

理解概念

被除数=除数×商+余数，余数小于除数。周期问题先找到重复块，再用位置除以周期；余数0对应一轮的最后一个。

核心关系

第k项：用k÷周期的余数定位



第1颗是红色，1÷3余1。

易错提醒：余数0不是“没有颜色”，而是周期末项。

第03课　例题与练习

余数与周期

例题：红、黄、蓝依次循环，第23颗珠子是什么颜色？

1. 每3颗重复。

2. 23÷3=7余2。

3. 余2对应黄，所以第23颗是黄色。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：红黄蓝循环，第30颗对应一轮中的第几颗？

B · 迁移练习：一个数除以7商为8、余数为5，这个数是多少？

动手任务：在线打开“彩珠项数探测器”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第04课　奇偶性与数字谜

计算与数论 / 知识与图解

先修：整数与位值

理解概念

偶数=2的倍数；奇数比偶数多1。奇+奇=偶，奇+偶=奇；乘积中只要有偶数就是偶数。数字谜先看个位、进位与奇偶，缩小范围后检验。

核心关系

两位数=10×十位数字+个位数字

原数 19 → 交换后 91

差 = 9 × (9−1) = 72

此实验把个位固定为9，改变十位；观察差为什么总是9的倍数。

易错提醒：交换位数并非只改变数字顺序的写法，必须按位值计算。

第04课　例题与练习

奇偶性与数字谜

例题：两位数的数字和是9，交换数字后比原数大27，求原数。

1. 设十位为a、个位为b，则a+b=9。

2. 交换后的差为9(b−a)=27，所以b−a=3。

3. 和差解得a=3、b=6，原数36；63−36=27。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：两位数数字和为11，交换后比原数大45，原数是多少？

B · 迁移练习：1到20全部整数的和是奇数还是偶数？偶数填0，奇数填1。

动手任务：在线打开“交换数字观察差”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第05课 和差、和倍与差倍

应用题模型 / 知识与图解

先修：四则运算

理解概念

把较小量画成一段，较大量画成多出来的部分或几段。和差问题先消掉差；和倍、差倍问题先找到总份数或相差份数。

核心关系

小量=(和−差)÷2；和倍小量=和÷(倍数+1)；差倍小量=差÷(倍数−1)



乙=18，甲=18+2=20

总量=38，差=2；(总量−差)÷2=18。

易错提醒：“多几倍”和“是几倍”不同；是3倍意味着多2倍。

第05课　例题与练习

和差、和倍与差倍

例题：两盒共有48颗糖，甲比乙多12颗，各多少？

1. 把甲多出的12颗暂时拿走。

2. 剩下48−12=36颗，两盒同样多，乙=36÷2=18。

3. 甲=18+12=30，检验30+18=48。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：两数和为72，差为18，大数是多少？

B · 迁移练习：甲是乙的4倍，两人相差27，乙是多少？

动手任务：在线打开“两段长度比较”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第06课 分数、百分数与比

应用题模型 / 知识与图解

先修：分数四则运算

理解概念

先确定单位“1”，再把部分量与对应分率匹配。比表示份数关系：2:3表示总共5份。连续涨跌要每次重新确认基准。

核心关系

部分=整体×分率；整体=部分÷分率



已读1/10；剩余9/10。全书100页时，已读10页。

易错提醒：不能把“剩下40页”直接对应到已读的3/5。

第06课　例题与练习

分数、百分数与比

例题：一本书读了3/5，还剩40页，全书多少页？

1. 把全书看作单位1。

2. 剩下的分率=1−3/5=2/5。

3. 全书=40÷(2/5)=100页，已读60页。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：甲乙的钱比是3:5，共64元，甲有多少元？

B · 迁移练习：100元商品先涨20%再降20%，最终多少钱？

动手任务：在线打开“已读与剩余的份数”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第07课　平均数与盈亏

应用题模型 / 知识与图解

先修：平均数

理解概念

平均数是把总量平均分；移多补少不会改变总量。盈亏问题比较两种分配方案：每人多分多少，引起总需求变化多少。

核心关系

总量=平均数×数量；人数=(盈+亏)÷每人分配差



三组总数=13，平均数=4.33（小数显示到两位）。平均分允许分数。

易错提醒：一盈一亏相加；两次都盈或都亏则求差，先画出总量位置。

第07课　例题与练习

平均数与盈亏

例题：每人分4支笔多6支，每人分6支少8支，共几人、几支笔？

1. 两种方案总需求相差6+8=14支。

2. 每人需求相差6−4=2支，人数14÷2=7。

3. 笔数=7×4+6=34，检验7×6−8=34。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：5次数学练习平均84分，前4次共330分，第5次多少分？

B · 迁移练习：每人分3颗糖多5颗，每人分5颗少7颗，有几人？

动手任务：在线打开“移多补少”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第08课 鸡兔同笼与假设法

应用题模型 / 知识与图解

先修：和差问题

理解概念

先把所有对象假设成同一种，比较实际总量和假设总量。每替换一个对象造成固定差额，差额除以每次变化就是替换次数。

核心关系

兔数=(总脚数−2×总头数)÷2

鸡 · 2脚　鸡 · 2脚　鸡 · 2脚　鸡 · 2脚　鸡 · 2脚

鸡 · 2脚　鸡 · 2脚　鸡 · 2脚　鸡 · 2脚　鸡 · 2脚

固定10只，兔0只、鸡10只，总脚数=20。每替换1只，多2只脚。

易错提醒：不能用总脚数直接除以4，因为里面还有鸡。

第08课　例题与练习

鸡兔同笼与假设法

例题：鸡兔共20只，56只脚，兔有几只？

1. 先全当鸡：20×2=40只脚。

2. 实际多56−40=16只脚。

3. 每把1只鸡换成兔多2脚，所以兔16÷2=8只，鸡12只。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：鸡兔共15只，共42只脚，兔有几只？

B · 迁移练习：20张邮票，2元和5元两种，共70元，5元邮票几张？

动手任务：在线打开“替换一只鸡”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第09课　年龄与倒推

应用题模型 / 知识与图解

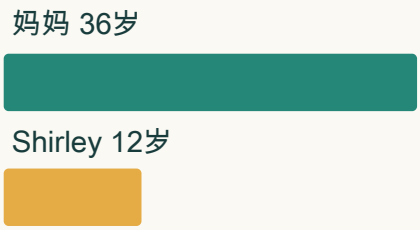
先修：和差倍关系

理解概念

两人的年龄差始终不变，但倍数关系会变。倒推从结果出发，按相反顺序做相反运算；先加后乘的逆过程是先除后减。

核心关系

年龄差不变；逆序、逆运算



0年后，年龄差仍为24岁；倍数=3.00。

易错提醒：年龄倍数不会一直保持；倒推不能只换运算而不换顺序。

第09课　例题与练习

年龄与倒推

例题：妈妈36岁，Shirley 12岁，几年后妈妈是她年龄的2倍？

1. 年龄差=36−12=24岁。

2. 妈妈是她2倍时，年龄差就是她的1倍，所以她24岁。

3. 还需24−12=12年，妈妈48岁。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：爸爸40岁，孩子10岁，几年后爸爸是孩子的3倍？

B · 迁移练习：一个数先加6再乘3得45，原数是多少？

动手任务：在线打开“未来年龄的倍数”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第10课　相遇、追及与流水行船

应用题模型 / 知识与图解

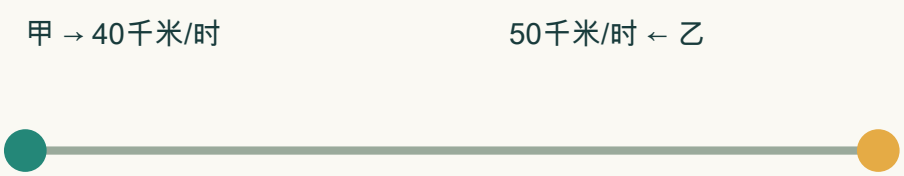
先修：速度×时间=路程

理解概念

相向运动的距离按速度和缩短；同向追及按速度差缩短。顺水速度=静水速度+水速；逆水速度=静水速度−水速，统一单位后计算。

核心关系

相遇时间=距离÷速度和；追及时间=领先距离÷速度差



时间0小时；甲走0千米，乙走0千米，剩余距离180千米。

易错提醒：追及必须后车更快；同一路程的往返平均速度不能直接平均两个速度。

第10课　例题与练习

相遇、追及与流水行船

例题：两地相距180千米，两车同时相向出发，速度40和50千米/时，多久相遇？

1. 每小时合计靠近40+50=90千米。

2. 时间=180÷90=2小时。

3. 两车分别行80、100千米，合计180千米。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：快车每时60千米，慢车每时45千米，慢车领先30千米，几小时追上？

B · 迁移练习：船静水速度12千米/时，水速3千米/时，逆水行27千米需几小时？

动手任务：在线打开“相向行驶实验”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第11课　工程与水池

应用题模型 / 知识与图解

先修：分数运算

理解概念

把全部工作看作1，效率就是单位时间完成的份额。合作效率相加；同时注水排水时，净效率是注水效率减排水效率。

核心关系

时间=工作量÷效率；合作效率=效率之和

甲完成0/6，乙完成0/12

合作0天，完成总工程0/4 = 0%。

易错提醒：不能把完成天数直接相加再除2；相加的是效率。

第11课　例题与练习

工程与水池

例题：甲6天、乙12天完成同一工作，合作几天完成？

1. 甲每天完成1/6，乙每天完成1/12。

2. 合作每天完成1/6+1/12=1/4。

3. 时间=1÷(1/4)=4天。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：甲10天、乙15天完成，合作几天？

B · 迁移练习：注满需6小时、排空需12小时，同时开，空池几小时注满？

动手任务：在线打开“合作进度条”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第12课　浓度与经济问题

应用题模型 / 知识与图解

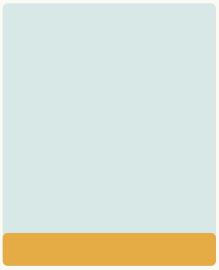
先修：百分数与单位1

理解概念

溶液=溶质+溶剂，浓度=溶质÷溶液。加水不改变溶质。利润=售价−成本，利润率以成本为基准，折扣以标价为基准。

核心关系

浓度=溶质质量÷溶液质量；利润率=利润÷成本



盐：20克（不变）

盐水：100克

浓度=20÷100×100%=20.00%。黄色只示意盐量，不表示盐沉底。

易错提醒：20%表示盐占盐水，不是盐占水；利润率不能用售价作分母。

第12课　例题与练习

浓度与经济问题

例题：100克20%的盐水，加100克水，浓度是多少？

1. 原来盐有100×20%=20克。

2. 加水后盐仍20克，溶液变成200克。

3. 浓度=20÷200=10%。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：200克15%盐水加入100克水，新浓度百分之几？

B · 迁移练习：成本80元，售价100元，利润率百分之几？

动手任务：在线打开“加水稀释实验”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第13课　面积转化与等积

几何与空间 / 知识与图解

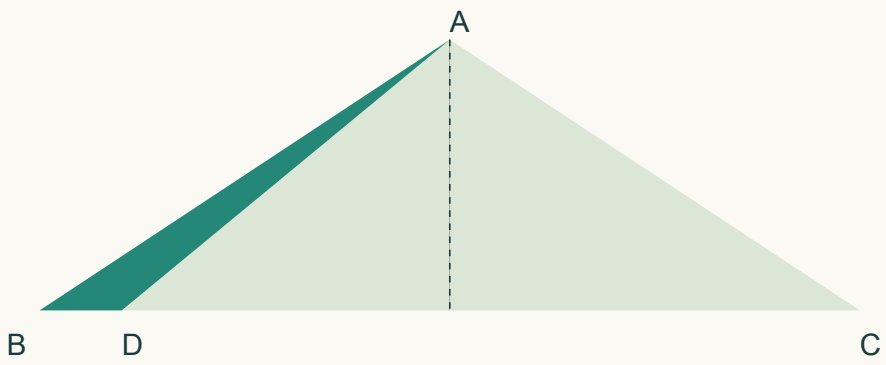
先修：三角形、长方形面积

理解概念

复杂图形先分割或补成简单图形。三角形同底等高则等积；等高三角形面积比等于底边比。高必须垂直于底边所在直线。

核心关系

三角形面积=底×高÷2；梯形面积=(上底+下底)×高÷2



相同的高，左三角形占1/10，总面积30时左边面积=3。

易错提醒：斜边不是高；同底但不同高不能说面积相等。

第13课　例题与练习

面积转化与等积

例题：三角形ABC中，D在BC上，BD:DC=2:3，ABC面积30，ABD面积多少？

1. ABD与ADC到直线BC的高相同。

2. 面积比=底边比=2:3。

3. ABD占总面积2/5，所以30×2/5=12。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：同高两三角形底边比3:4，总面积56，小三角形面积多少？

B · 迁移练习：梯形上底4、下底10、高6，面积是多少？

动手任务：在线打开“拖动分点看面积”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第14课　周长、圆与组合图形

几何与空间 / 知识与图解

先修：周长与圆

理解概念

周长只沿外边界走，内部公共边不计。圆周长=2πr，面积=πr²。组合图形分清是求边界长度还是覆盖面积。

核心关系

半圆周长=πr+2r；半圆面积=πr²÷2



1个边长2的方块：长2、宽2；周长=8。内部边不计。

易错提醒：半圆周长不是圆周长的一半；它多出一条直径。

第14课　例题与练习

周长、圆与组合图形

例题：半径4厘米的半圆，周长是多少？π取3.14。

1. 弧长是整圆周长的一半，即πr=12.56厘米。

2. 半圆边界还有直径8厘米。

3. 总周长=12.56+8=20.56厘米。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：3个边长2厘米的正方形排成一行，外周长多少厘米？

B · 迁移练习：半径10厘米圆的面积是多少平方厘米？π取3.14。

动手任务：在线打开“正方形拼接的外边界”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第15课　立体、表面积与染色

几何与空间 / 知识与图解

先修：长方体与正方体

理解概念

体积衡量占空间多少，表面积衡量外部覆盖多少。大正方体外部全部染色后切成n×n×n小块：角、棱、面内、内部各对应不同染色面数。

核心关系

三面染色8；两面12(n−2)；一面6(n−2)²；零面(n−2)³（n≥2）



三面：8；两面：0

一面：0；零面：0

合计：8块

左图为一个表面的分格示意；真正分类要考虑整个立体的角、棱、面与内部。

易错提醒：棱上的块要排除顶角；总数应检查8+12+6+1=27。

第15课　例题与练习

立体、表面积与染色

例题：棱长分成3份后，共27小块，分别有几块染3、2、1、0面？

1. 8个顶角各染3面。

2. 12条棱各有1块非顶角，染2面，共12。

3. 6个面各有1块面内方块，染1面，共6；内部1块不染色。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：4×4×4切分后，没有染色的小块有几块？

B · 迁移练习：长方体长5、宽4、高3，表面积多少？

动手任务：在线打开“染色方块分类”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第16课 分类计数、排列与组合

计数与逻辑 / 知识与图解

先修：乘法原理

理解概念

分步骤完成用乘法；互斥类别相加。排列考虑顺序，组合不考虑顺序。先规定顺序或分类标准，避免重复和遗漏。

核心关系

有序选2个：n(n−1)；无序选2个：n(n−1)÷2



2人，每对连接一次，共1条线。

易错提醒：如果有队长、副队长两个不同职位，顺序有意义，不能除2。

第16课　例题与练习

分类计数、排列与组合

例题：5位同学每两人握一次手，共多少次？

1. 每人能和另外4人握手，先得到5×4。

2. 这样甲乙和乙甲被数了两次。

3. 实际次数=5×4÷2=10。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：6位同学选2位代表，共多少种？

B · 迁移练习：3件上衣、4条裤子，各选一件搭配，多少种？

动手任务：在线打开“握手连线图”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第17课 容斥与重叠

计数与逻辑 / 知识与图解

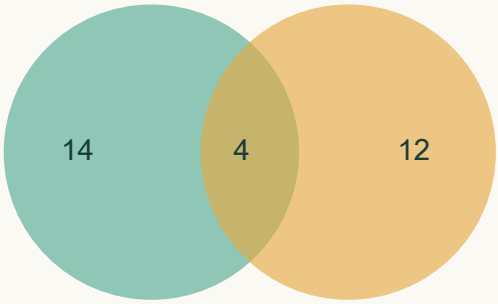
先修：集合与分类

理解概念

把两类人数直接相加，重叠部分被算两遍，要减去一次。算“至少一类”后，还可用总人数减去它得到“两类都不”。

核心关系

至少一类=A+B−两类都；三类并集=单项和−两两交集和+三重交集



只猫14，两者4，只狗12；两者都不=0。全班固定30人。

易错提醒：“喜欢猫”包括两者都喜欢的人，不等于“只喜欢猫”。

第17课　例题与练习

容斥与重叠

例题：全班30人，喜欢猫18人、喜欢狗16人，两者都喜欢8人，两者都不喜欢多少人？

1. 至少喜欢一种=18+16−8=26人。

2. 两者都不喜欢=30−26=4人。

3. 仅猫10，仅狗8，都喜欢8，都不4，合计30。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：40人中游泳25人、跑步22人，两项都会12人，两项都不会多少人？

B · 迁移练习：喜欢A的20人、喜欢B的18人，至少喜欢一项的30人，都喜欢几人？

动手任务：在线打开“重叠人数调节器”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第18课　抽屉原理

计数与逻辑 / 知识与图解

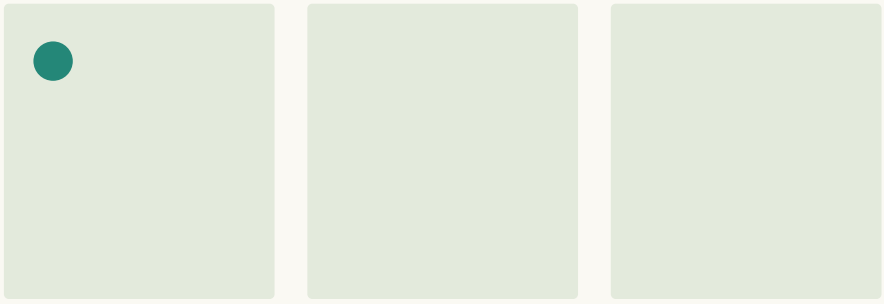
先修：除法与余数

理解概念

把对象放入若干类，若每类最多容纳某数量仍放不完，就必有一类更多。保证问题从最坏情况出发，而不是凭运气。

核心关系

N个对象放入m类，至少一类有向上取整(N÷m)个



1颗球，3个抽屉：必有一个至少1颗。图中展示尽量均匀分配的情况。

易错提醒：“可能出现”和“保证出现”不同；保证要覆盖最坏情况。

第18课　例题与练习

抽屉原理

例题：有红、蓝、绿三色袜子，不看颜色至少拿几只，保证两只同色？

1. 最坏先拿红蓝绿各1只，共3只。

2. 第4只不论什么颜色，都和前面一种同色。

3. 所以至少4只；3只不能保证。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：4种颜色的球，至少拿几颗保证3颗同色？

B · 迁移练习：13个人，至少几个人出生月份相同？

动手任务：在线打开“彩球分抽屉”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第19课　逻辑推理与列表

计数与逻辑 / 知识与图解

先修：读题与排除

理解概念

将每条条件翻译成可检验的限制，用表格打叉或列举。真假话问题要逐个假设并核对所有句子；满足一条不代表满足全部。

核心关系

列出候选→逐条排除→验证唯一性

甲：苹果　乙：香蕉　丙：梨

× 条件不满足

条件：甲不选苹果、不选梨；乙不选梨。六种排列中只有第3种符合。

易错提醒：没有得到唯一答案时，不要猜；检查是否遗漏条件或题目允许多解。

第19课　例题与练习

逻辑推理与列表

例题：甲乙丙分别选苹果、香蕉、梨，甲不选苹果也不选梨，乙不选梨，求丙选什么。

1. 甲只能选香蕉。

2. 乙不能选梨，香蕉又已被选，所以乙选苹果。

3. 剩下梨给丙；三人条件都满足。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：1到9的整数中，大于5、是偶数、且不是8，这个数是几？

B · 迁移练习：甲说宝藏在A箱，乙说不在A箱，丙说不在B箱；恰好一句真，宝藏在第几箱？A=1，B=2，C=3。

动手任务：在线打开“物品分配检查器”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

第20课　最优化、不变量与游戏策略

计数与逻辑 / 知识与图解

先修：余数、奇偶与逻辑

理解概念

最优化先给出不能更好的理由，再给出能达到的方案。不变量是操作前后始终不变的量。轮流取物游戏从终局倒推，找出应留给对手的位置。

核心关系

每次取1至3颗，取最后一颗获胜：把4的倍数留给对手



初始5颗。先手取1颗可留下4的倍数。

易错提醒：规则若改成“取最后一颗输”，策略会改变，不能套用同一结论。

第20课　例题与练习

最优化、不变量与游戏策略

例题：桌上有15颗石子，两人轮流取1至3颗，取最后一颗获胜，先手怎样保证赢？

1. 先取3颗，留12颗。

2. 对手每次取x颗，你就取4−x颗，每轮共取4。

3. 依次把8、4、0留给对手，最后由你取完。

解题检查表

读题	建模	检验
找已知、未知和单位	画图、列表、选择数量关系	代回原条件，看答案是否合理

A · 基础巩固：共有17颗，每次取1至3颗，最后取者赢，先手首步取几颗可保证胜？

B · 迁移练习：3分钟和5分钟各煎一面的两张不同饼同时放入足够大的锅，各需煎两面，最少几分钟？

动手任务：在线打开“与机器人取石子”，先预测，再改变参数。试着解释：哪些量变了？哪些关系保持不变？

我的思路 / 草稿：

参考答案与解析 1/5

先独立尝试，再翻到这里核对。

第1课 · 巧算与等差数列

A：155。共10项，(2+29)×10÷2=155。

B：3700。提取相同因数37：(98+2)×37=3700。

第2课 · 整除、质因数与公倍数

A：24。最小公倍数为24分钟。

B：12。最大公因数为12，每束红花2朵、黄花3朵。

第3课 · 余数与周期

A：3。30÷3余0，对应第3颗蓝珠。

B：61。7×8+5=61。

第4课 · 奇偶性与数字谜

A：38。b−a=5，a+b=11，得到a=3、b=8。

B：0。总和210，为偶数。

参考答案与解析 2/5

先独立尝试，再翻到这里核对。

第5课 · 和差、和倍与差倍

A：45。小数=(72−18)÷2=27，大数45。

B：9。相差3份，27÷3=9。

第6课 · 分数、百分数与比

A：24。共8份，每份8元，甲24元。

B：96。100×1.2×0.8=96，涨跌基准不同。

第7课 · 平均数与盈亏

A：90。总分420，420−330=90。

B：6。(5+7)÷(5−3)=6。

第8课 · 鸡兔同笼与假设法

A：6。(42−30)÷2=6。

B：10。先全算2元，多出30元，每替换一张多3元，所以10张。

参考答案与解析 3/5

先独立尝试，再翻到这里核对。

第9课 · 年龄与倒推

A：5。40+x=3(10+x)，得x=5。

B：9。先45÷3=15，再15−6=9。

第10课 · 相遇、追及与流水行船

A：2。30÷(60−45)=2。

B：3。逆水速度9，27÷9=3。

第11课 · 工程与水池

A：6。效率1/10+1/15=1/6，需6天。

B：12。净效率1/6−1/12=1/12。

第12课 · 浓度与经济问题

A：10。盐30克，总质量300克，浓度10%。

B：25。利润20元，20÷80=25%。

参考答案与解析 4/5

先独立尝试，再翻到这里核对。

第13课 · 面积转化与等积

A：24。56×3/7=24。

B：42。(4+10)×6÷2=42。

第14课 · 周长、圆与组合图形

A：16。组成6×2长方形，周长2×(6+2)=16。

B：314。3.14×10×10=314。

第15课 · 立体、表面积与染色

A：8。$(4-2)^3=8$。

B：94。2×(5×4+5×3+4×3)=94。

第16课 · 分类计数、排列与组合

A：15。6×5÷2=15。

B：12。分两步选择，3×4=12。

参考答案与解析 5/5

先独立尝试，再翻到这里核对。

第17课 · 容斥与重叠

A：5。40−(25+22−12)=5。

B：8。20+18−30=8。

第18课 · 抽屉原理

A：9。最坏每色2颗共8颗，再拿1颗，所以9。

B：2。12个月是12个抽屉，13人至少有一个月2人。

第19课 · 逻辑推理与列表

A：6。候选6、8，排除8，得到6。

B：2。甲乙必一真一假，丙必须假，因此在B箱。

第20课 · 最优化、不变量与游戏策略

A：1。先取1留16，再每轮补成4。

B：10。长饼至少需10分钟，两张同时开始、分别在3和5分钟翻面，能在10分钟完成。